## série n°2

### EXERCICE N°1

Répondre par vrai ou faux

1) Soit f une fonction définie sur]1 ; + ∞ [et telle que $1 \leq f(x) \leq \sqrt{x}$ sur]1 ; + ∞ [. On a $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$
2) Si, pour tout réel x, $|f(x) - 2| \leq \frac{1}{x}$, alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$.
3) L'image de l'intervalle [-1 ; 2] par la fonction carré est l'intervalle [1 ; 4].
4) La fonction f : $x \mapsto 2(x-2)\sqrt{x}+1$ s'annule au moins une fois sur l'intervalle [0 ; 1].
5) L'image de l'intervalle [1 ; 2[par la fonction g : $x \mapsto \frac{x+1}{x}$ est un intervalle de la forme [a ; b [, où a et b sont deux réels.
6) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, alors : $\lim\limits_{x\to+\infty} g \circ f(x) = -\infty$.
7) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x^2) = 0$
8) Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, alors $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{f(x)+1}} = 0$.

### EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie sur [1, 2] par $f(x) = x^4 - x^2 + 1$.

1) Etudier les variations de f.
2) Montrer que l'équation f(x) = 3 admet une solution et une seule, α, dans l'intervalle] 1; 2[.
3) Donner, au moyen de la calculatrice, une valeur approchée de α à $10^{-1}$ près.

### EXERCICE N°3

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé$(o,\vec{u},\vec{v})$ (unité 2 cm). Soit $z = 1 + i\sqrt{3}$

On désigne par A, B, C et D les points d'affixes respectives $z$ , $-z$ , $z^2$ et $\frac{2}{z}$

1)a) Mettre sous forme trigonométrique $Z_A$ , $Z_B$ , $Z_C$ et $Z_D$

b) placer les points A ,B,C et D .

2) Montrer que $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{CD}$

3) En déduire que les points A ,B,C et D sont situés sur un même cercle.

### EXERCICE N°4

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé$(o,\vec{u},\vec{v})$. On désigne par A,B,D,M et M' les points d'affixes respectives : $i$ , $2, -i$, $z$ avec $z \neq 2$ et $z' = \frac{z-i}{iz-2i}$

1) a) Montrer que $|z'| = \frac{AM}{BM}$

b) En déduire l'ensemble des points M lorsque M' varie sur le cercle de centre O et de rayon 1

2) a) Montrer que $(z'+i)(iz-2i) = 2-i$ . En déduire que $DM'.BM = \sqrt{5}$

b) Déterminer l'ensemble des points M' lorsque M varie sur le cercle $\zeta_{(B,2)}$.